**MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI**
***INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN CARAŞ-SEVERIN***
Strada Ateneului 320112, Nr. 1, Reşița, Caraş-Severin, ROMÂNIA
Tel: 0255-214238; Fax: 0255-216042
E-mail: isjcaras@cs.ro; Web: http://www.cs.isj.edu.ro

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ 2010 – FAZA LOCALĂ**
**13.02 2010**

CLASA A X-A
FILIERA TEORETICĂ PROFIL REAL – ŞTIINȚE ALE NATURII

**1.** a) Exprimați $x = \log_{12} 9$ în funcție de $a = \log_{16} 6$.
b) Determinați numerele întregi $k$ pentru care $\log_{2k} 4 + 3 \cdot \log_{4k} 16 = 5$.

**2.** Determinați mulțimile: $A = \left\{ x \in \mathbb{R} / x + \sqrt{x-2} = 4 \right\}$, $B = \left\{ z \in \mathbb{C} / z + |z| = 2 + 4i \text{ , } i^2 = -1 \right\}$.

**3.** Se consideră funcțiile $f, g : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$, $f(x) = 2^x - 1$ şi $g(x) = \begin{cases} x+3 & \text{, pentru } x < 0 \\ x+1 & \text{, pentru } x \geq 0 \end{cases}$.

Arătați că:

a) una singură dintre funcțiile considerate este injectivă;
b) una singură dintre funcțiile considerate este surjectivă;
c) graficele celor două funcții au un singur punct comun;
d) există $k \in \mathbb{Z}, k \neq 0$, pentru care $f(2k) = 3 \cdot f(k)$.

**4.** Se consideră o mulțime $M$ de numere reale care satisface următoarele proprietăți:
a) $1 \in M$ ;
b) dacă $x \in M$, atunci $\sqrt{x} \in M$ ;
c) dacă $\sqrt[3]{x} \in M$, atunci $(1 + x) \in M$ .
Arătați că $3 \in M$ şi $\sqrt{28} \in M$.

**Notă:**
**Toate subiectele sunt obligatorii.**
**Timp de lucru: 3 ore**
**Fiecare problemă se punctează de la 0 la 7 puncte.**